UNIVERSITÉ BLAISE PASCAL
UFR SCIENCES EXACTES ET NATURELLES — Avril 2013

Licence Sciences et Technologies – Mention Sciences de la Matière – L2
Algorithmique et Programmation – Examen de Travaux Pratiques

Durée : 1 heure.
Remarques : il est recommandé de respecter les notations imposées dans le texte. Aucun document écrit n'est autorisé.

Volume d'une sphère : on se propose de calculer le volume V_s d'une sphère par la méthode de Monte Carlo. Celle-ci consiste à tirer au hasard des points dans l'espace $V_{\rm tot}$ contenant la sphère, en comptant le nombre de points qui tombent dans la sphère. Au bout d'un grand nombre d'essais, la proportion de points trouvés dans la sphère est égale au rapport $V_s/V_{\rm tot}$.

On utilise l'algorithme suivant :
– on choisit le rayon de la sphère r_s et le nombre de points à tirer $n_{\rm tot}$
– on chosit $n_{\rm tot}$ points dans un cube de côté r_s (l'origine du cube est choisie à l'origine du repère)
– pour chaque point, on calcule sa distance à l'origine r. Si $r < r_s$, le point est dans la sphère : on incrémente alors $n_{\rm acc}$ le nombre de points acceptés

À tout instant, le volume de la sphère est :

$$V = 8r_s^3 \frac{n_{\rm acc}}{n_{\rm points}} \qquad (1)$$

Le facteur 8 provient du fait qu'on n'explore qu'un huitième de la sphère. On comparera ce volume avec la valeur théorique $V_s = \frac{4}{3}\pi r^3$.

On donne la fonction `ran` qui renvoie un nombre réel aléatoire compris entre 0 et $v_{\rm max}$. Elle nécessite la librairie stdlib.h :

```
float ran (float vmax) {
  return((float)rand()*vmax/RAND_MAX);
}
```

Question 1 : Définir la constante `PI` égale à $3,14159265$.

Question 2 : Écrire une fonction `saisie` qui demande à l'utilisateur le rayon de la sphère ainsi que le nombre de points pour le calcul.

Question 3 : Écrire une fonction `dist3d` qui, à partir des coordonnées d'un point dans l'espace, renvoie la distance du point à l'origine $r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$.

Question 4 : Écrire une fonction `dedans` qui prend comme paramètre le rayon de la sphère r_s. Elle crée les coordonnées d'un point (x, y, z) au hasard, chacune comprise entre 0 et r_s. Elle calcule ensuite sa distance r à l'origine et renvoie 1 si le point est dans la sphère (donc si $r < r_s$). Sinon, elle renvoie 0.

Question 5 : Le programme principal demande à l'utilisateur la valeur de r_s te le nombre de points à calculer $n_{\rm tot}$, et calcule `vth`, le volume théorique V_s de la sphère. Il génère ensuite $n_{\rm tot}$ points, en stockant dans `nacc` le nombre de points tombant dans la sphère.

Tous les millions de points, on affiche sur le terminal et dans un fichier `data.out` les nombres suivants :
– le nombre de points tentés (en millions)
– le volume V calculé (équation 1)
– l'écart relatif $(V - V_s)/V_s$, en pourcentage

Exemple d'exécution du programme avec $r = 4,31$ et 5 millions de points :

```
Rayon de la sphere: 4.31
Nombre de points: 5000000
-------------------------------------------
   NP(*1e6)        Volume        StdDev(%)
-------------------------------------------
       1         335.403076       0.010738
       2         335.448242       0.024205
       3         335.318298      -0.014541
       4         335.172180      -0.058111
       5         335.247955      -0.035516
-------------------------------------------
```