

**Licence Sciences et Technologies – Mention Physique-Chimie – L2
Algorithmique et Programmation – Examen de Travaux Pratiques**

Durée : 1 heure.

Remarques : il est recommandé de respecter les notations imposées dans le texte. Toutes les fonctions devront comporter des paramètres. Aucun document écrit n'est autorisé.

Le nombre d'or Φ est solution de l'équation $x^2 - x - 1 = 0$, soit $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Il peut être calculé à l'aide d'une fraction continue :

$$\Phi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}} \quad (1)$$

Cette égalité devient rigoureuse lorsque le nombre d'itérations tend vers $+\infty$.

On peut également calculer Φ grâce à la suite de Fibonacci :

$$\begin{aligned} F_0 &= 1 \\ F_1 &= 1 \\ F_n &= F_{n-2} + F_{n-1} \end{aligned}$$

Chaque terme de la suite est calculé en additionnant les deux termes précédents. Le rapport F_{n+1}/F_n tend alors vers Φ lorsque n augmente.

Question 1 : écrire une fonction **frac** qui renvoie, pour un nombre d'itérations donné, la valeur de la fraction continue définie par l'équation 1. Écrire une fonction **frac2** qui fait la même chose, mais de manière récursive.

Question 2 : écrire une fonction **saisie** qui demande à l'utilisateur combien d'itérations il veut effectuer. On rajoutera une sécurité pour empêcher ce nombre d'être négatif ou supérieur à 50.

Question 3 : dans le programme principal, demander à l'utilisateur le nombre d'itérations total `Niter` à effectuer grâce à la fonction **saisie**. Calculer ensuite les $N_{\text{iter}} + 1$ premiers termes de la suite de Fibonacci et stocker les valeurs dans un tableau `fibonacci` déclaré préalablement.

Question 4 : afficher pour chaque itération une ligne contenant : le numéro de l'itération i , la valeur de Φ calculée par la suite de Fibonacci à F_i , et la valeur de la fraction continue calculée après i itérations. Ajouter également la valeur exacte de Φ pour comparaison.

Remarque : comme les suites convergent assez vite, il est conseillé d'utiliser des nombres réels de grande précision, et de les afficher avec beaucoup de décimales (au moins 12 pour $N_{\text{iter}} > 25$).